

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ**

ΘΕΜΑ 1°

A. Είναι: $A_f = \mathbb{R}$

και $f(x+h) - f(x) = c - c = 0$.

Οπότε για $h \neq 0$ είναι $\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = 0$.

Άρα $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = 0$

Συνεπώς $(c)' = 0$

B. Μια συνάρτηση f λέγεται συνεχής στο σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της αν και μόνον αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$

Γ. α. Λάθος β. Λάθος γ. Σωστό

Δ. α. 4 β. 2 γ. 1

ΘΕΜΑ 2°

A) Πρέπει (i) $x \geq 0$ και

(ii) $\sqrt{x} \neq \sqrt{3}$

δηλ $x \neq 3$

Άρα $A_f = [0,3) \cup (3,+\infty)$.

B) Για $x \in [0,3) \cup (3,+\infty)$ έχουμε:

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{x^2 - 4x + 3}{\sqrt{x} - \sqrt{3}} = \frac{(x-1)(x-3)(\sqrt{x} + \sqrt{3})}{(\sqrt{x} - \sqrt{3})(\sqrt{x} + \sqrt{3})} \\ &= \frac{(x-1)(x-3)(\sqrt{x} + \sqrt{3})}{x-3} = (x-1)(\sqrt{x} + \sqrt{3}) \end{aligned}$$

Οπότε $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} [(x-1) \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{3})]$

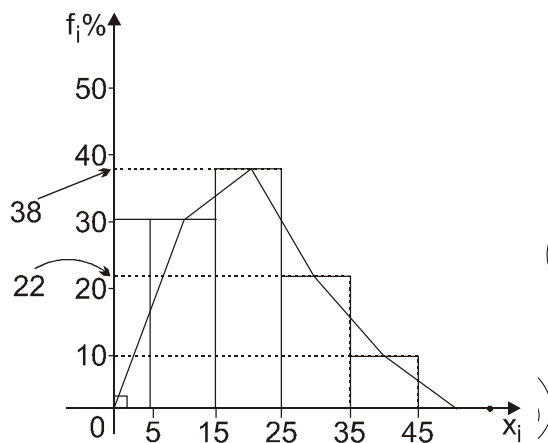
$$= (3-1) \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{3}) = 4\sqrt{3}$$

ΘΕΜΑ 3°

Α.

	x_i	v_i	$f_i \%$	N_i	$F_i \%$
[5, 15)	10	60	30	60	30
[15, 25)	20	76	38	136	68
[25, 35)	30	44	22	180	90
[35, 45)	40	20	10	200	100
		200	100		

Β.



Γ.

$$\bar{x} = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^4 v_i x_i = \frac{10 \cdot 60 + 76 \cdot 20 + 30 \cdot 44 + 40 \cdot 20}{200}$$

$$= \frac{600 + 1520 + 1320 + 800}{200} = \frac{4240}{200} = 21,2 \text{ Km}$$

Δ. Είναι $v_3 + v_4 = 44 + 20 = 64$ χιλιάδες οχήματα.**ΘΕΜΑ 4°**Α. Η συνάρτηση f είναι ορισμένη και παραγωγίσιμη σ' όλο το \mathbb{R} ως πολυωνυμική με

$$f'(x) = 6x^2 - 5x + 1$$

Έτσι έχουμε

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 6x^2 - 5x + 1 = 0 \Leftrightarrow \left(x = \frac{1}{3} \text{ ή } x = \frac{1}{2} \right)$$

x	$-\infty$	$1/3$	$1/2$	$+\infty$	
$f'(x)$	+	○	-	○	+
$f(x)$	↗		↘		↗

Τ. μεγ. Τ. ελαχ.

Επομένως

$$P(A) = \frac{1}{2} \text{ και } P(B) = \frac{1}{3}$$

Β. Για τις τιμές των $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{3}$ και $P(A \cup B) = \frac{2}{3}$ βρίσκουμε:

$$(i) P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$$

$$(ii) P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$(iii) P[(A \cap B)^c] = 1 - P(A \cap B) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

(iv) Τα ενδεχόμενα $A-B$, $B-A$ είναι ασυμβίβαστα σύμφωνα με την εφαρμογή 2 σελ. 153 σχολ. βιβλίου.

$$P[(A-B) \cup (B-A)] = P(A-B) + P(B-A) = P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B) =$$

$$P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{2}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$$